

## Permodelan Kurva Ban Berparameter Mekanik Menggunakan Fungsi Bezier

M. SABRI

Departemen Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Sumatera Utara  
Jln.Almamater Kampus USU Padang Bulan Medan

### ABSTRAK

Kajian ini menguraikan model kurva ganda yang membangun selongsong untuk analisis getaran bebas ban radial. Model dibentuk berdasarkan teori selongsong dengan deformasi geser turunan tinggi. Geometri ban dan medan gerak perubahan bentuknya diwujudkan berdasarkan kaedah polynomial Bezier dalam koordinat kurva linier orthogonal, dan kaedah Ritz digunakan untuk menghitung frekuensi natural ragam perubahan bentuk ban. Hasilnya menunjukkan bahwa kaedah ini memberikan perubahan bentuk yang lebih tepat, terkumpul lebih cepat dan tidak memerlukan waktu eksekusi lama dibanding dengan metode elemen hingga tegangan geser benda solid turunan pertama. Kaedah ini menunjukkan juga jejak akibat dari beberapa parameter fisik seperti tekanan angin ban, massa tapak terhadap frekuensi natural ban.

*Kata kunci: Getaran bebas, ban, Polinomial Bezier.*

### PENDAHULUAN

Analisis perilaku getaran ban dilalui dengan kesulitan yang unik berkaitan dengan kompleksitas mekanika dari komposit karet – tekstil, kontur ban yang kompleks dan deformasinya yang besar. Hal ini akan meningkatkan waktu dan biaya komputasi. Ketika ini model cincin sederhana masih digunakan sebagai alat untuk memprediksi respon ban (Danielson, 1995). Model selongsong dua dimensi sudah diterapkan dengan sukses untuk menganalisis deformasi dan geometri ban sehingga menambah baik ketepatan dan efisiensi komputasi. Akan tetapi masih ada celah akurasi dan efisiensi model mekanik yang perlu dilakukan untuk mengurangi siklus design. Hal ini sudah mulai disadari oleh pihak industri pembuat ban (Noor, 2005).

Di tahun-tahun terakhir, para peneliti sudah mengusulkan fungsi Bezier untuk menampilkan medan gerak defleksi dari kurva ganda yang membentuk selongsong dalam koordinat kurva linier orthogonal. Polinomial kwintet Bezier digunakan untuk menganalisis getaran selongsong silindris yang tidak sirkular berdasarkan

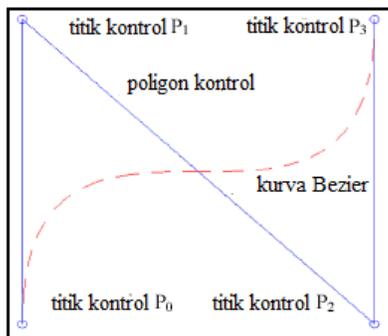
pada kaedah Ritz. Didapati bahwa polynomial Bezier mengumpulkan jauh lebih cepat dan menggunakan waktu komputasi lebih singkat dibanding metode strip tehingga konvensional. Metode ini dikembangkan pada getaran bebas panel fiber kurva ganda yang dikuatkan termasuk teori deformasi geser turunan tinggi serta analisis akibat dari inersia putarannya. Jia (2005) dan sejawatnya mengusulkan metode Rayleigh-Ritz berdasarkan pada penggunaan polynomial Bezier untuk menganalisa respon static dari ban pneumatic, dan mengembangkan model semi analitik untuk menghitung tegangan serta deformasi ban dialamatkan kepada tekanan angin dalam ban yang seragam. Xu et al. (2005) menerapkan metode yang sama untuk memperkirakan interaksi jalan/ban, seperti bentuk bekas cetak dan distribusi tegangan ban akibat beban vertical.

Kajian ini menguraikan masalah getaran bebas ban. Model selongsong baru dihadirkan berdasarkan pada uraian teori selongsong yang mendalam dengan deformasi tegangan geser turunan tinggi dalam koordinat kurva linier biasa, dan termasuk efek inersia putaran ban. Geometri ban dan

medan gerak defleksi dipaparkan dengan tambalan permukaan Bezier dan  $C^{(1)}$  secara kontinu dipaksakan Antara dua tambalan berdekatan. Metode Raleigh-Ritz digunakan untuk menghitung frekuensi natural dan ragam bentuk defleksi ban pneumatik. Dengan kaedah tersebut dilakukan evaluasi pengaruh beberapa parameter fisik seperti ikatan (constrain) dan massa tapak ban pada frekuensi natural. Dilakukan juga studi jejak karakter konvergensi dari prosedur penyelesaian ragam bentuk defleksi ban.

**KURVA BEZIER**

Dr. Pierre Bezier mencipta kurva Bezier pada awal 1960 sebagai alat untuk para designer dan artis yang ingin membuat garis lekuk secara intuitif. Kurva Bezier dibuat menggunakan kontrol polygon yang dilukis berdasarkan kontrol titik titik dapat dilihat seperti dalam gambar 1.



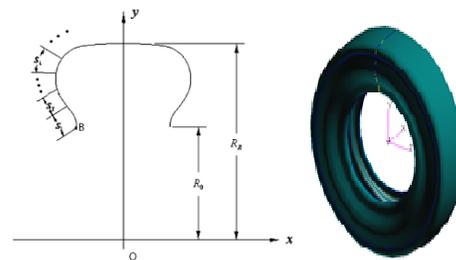
Gambar 1 Kurva Bezier ( ---- ) dan kontrol polygon dengan titik ( \_\_\_\_ ).

Kurva Bezier curve dirancang sedemikian rupa sehingga meniru bentuk polygon yang dikawal, berjalan melalui titik pertama dan terakhir dalam polygon, dan menjadi tangen terhadap control polygon di titik akhir. Persamaan matematik untuk kurva Bezier serupa dengan persamaan untuk pusat massa dari titik massa.

**APROKSIMASI GEOMETRI BAN**

Geometri ban adalah sangat kompleks, khususnya dalam arah radial. Kurva kontur radial bagian dalam dapat dibagi kedalam n segmen dan untuk setiap segmen lakukan pendekatan dengan polynomial Bezier. Gambar 2 menunjukkan geometrid dan sistim coordinate kontur kurve bagian dalam ban. Lokasi dari berbagai titik pada kurva bagian dalam dapat diturunkan dengan memperhatikan rujukan titik B I titik B sepanjang kurva. Kurva kontur bagian dalam dapat diparameterkan dalm bentuk berikut:

$$x = f_1(s), \quad y = f_2(s) \quad (1)$$



Gambar 2. Pembagian segment untuk aproksimasi polinomial kontur ban.

Garis keliling kurva yang diperoleh dari persamaan (1) dapat membentuk permukaan kontur bagian dalam sekitar sumbu-x. kemudian dihasilkan permukaan

$$x = f_1(s) \quad (2)$$

$$y = f_2(s) \cos t, \quad (3)$$

$$z = f_2(s) \sin t, \quad (4)$$

dimana  $t$  adalah sudut rotasi. Kemudian vektor radius dari berbagai titik  $\vec{r}$  pada permukaan kontur bagian dalam dapat disampaikan dengan

$$\vec{r}(s,t) = f_1(s)\vec{i} + f_2(s) \cos t \vec{j} + f_2(s) \sin t \vec{k} \quad (5)$$

Radius principil pada berbagai titik adalah

$$R_1 = \frac{[f_1'^2(s) + f_2'^2(s)]^{\frac{3}{2}}}{|f_1''(s)f_2'(s) - f_1'(s)f_2''(s)|} \quad (6)$$

dan

$$R_2 = \frac{f_2(s)\sqrt{f_1'^2(s)+f_1'(s)f_2''(s)}}{f_1'(s)} = f_2(s)\sqrt{1+\left[\frac{f_2''(s)}{f_1'(s)}\right]^2} \quad (7)$$

Diperoleh

$$\eta = \frac{s}{s_1} \quad \text{for } 0 \leq s \leq s_1, \quad (8)$$

$$\eta = \frac{(s-s_1)}{s_2} \quad \text{for } s_1 \leq s \leq s_1+s_2, \quad (9)$$

⋮

$$\eta = \frac{(s-s_1-s_2-\dots-s_{n-1})}{s_n} \quad (10)$$

untuk  $s_1+s_2+\dots+s_{n-1} \leq s \leq s_1+s_2+\dots+s_n$ ,  
dimana  $s_1, s_2 \dots$  adalah panjang lengkungan tiap tambalan selongsong sepanjang arah  $s$ . berbagai titik pada kurva bagian dalam dapat didekati dengan variable tidak berdimensi  $\eta$ :

$$x(\eta) = f_1(\eta) = \sum_{i=1}^{n+1} X_i B_i(\eta), \quad (11)$$

$$y(\eta) = f_2(\eta) = \sum_{i=1}^{n+1} Y_i B_i(\eta), \quad (12)$$

dimana  $X_i, Y_i$  mewakili  $n + 1$  memuncak terhadap karakteristik polygon dan dikenal sebagai titik kontrol.  $B_i(\eta)$  adalah fungsi Bernstein, yang diuraikan sebagai

$$B_i(\eta) = C_i^{n+1} \binom{n+1}{i} \eta^i (1-\eta)^{n-i+1}, \quad (13)$$

dimana  $n$  sebagai turunan polinomial dan koefisien binomial diuraikan dengan

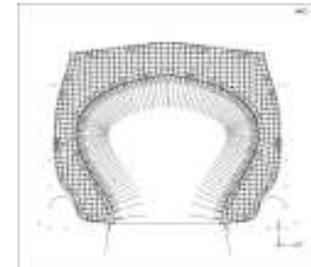
$$C_i^{n+1} = \frac{(n+1)!}{(n-i+1)! i!} \quad (14)$$

**CONTOH NUMERIK MODEL BAN**

Gambaran geometri batas ban sangat sesuai menggunakan kurva Bezier. Kurva tertutup Antara geometri ban dan permukaan velag dari model sederhana ini dapat ditunjukkan dalam Gambar 3,



Gambar. 3 Geometri batas Ban-Velag

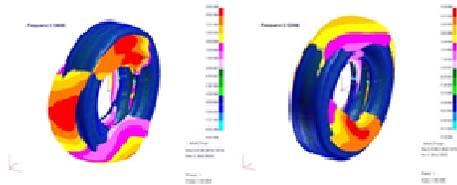


Gambar. 4 Beban tekanan dalam ban

Ban masuk menyentuh ke dalam caper velag roda. Velag roda domodelkan sebagai benda kaku yang tak terhingga. Keadaan sentuhan menguraikan kenyataan dimana deformasi ban dikekang oleh kekakuan velag. Dalam kajian ini, metode kekangan variable menggunakan perlakuan beban dengan kondisi sentuhan tekanan bahagian dalam yang dipaksakan pada ban.. untuk analisis struktur ban terhadap kepentingan perlakuan kondisi sentuh dibangun metode kekangan variable asal dan baru yang secara detail ditunjukkan dalam Gambar 4.

**PERBINCANGAN DAN HASIL**

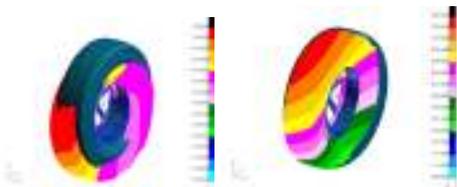
Kondisi simulasi digolongkan kedalam dua kasus: (1) ban tidak berputar dan (2) ban tidak berbeban. Kasus pertama menunjukkan keadaan ban tetap dalam kondisi batas bebas yang tidak mengikat. Dalam kasus kedua, ban terikat pada adaptor, mensimulasikan ban tepasang pada kenderaan. Gerakan defleksi dalam frekuensi natural ban diperoleh dari amplitude fungsi respon frekuensi yang mereview aspek kualiti ban.



Gambar 5 Gerak defleksi ban tidak berputar dan tidak berbeban

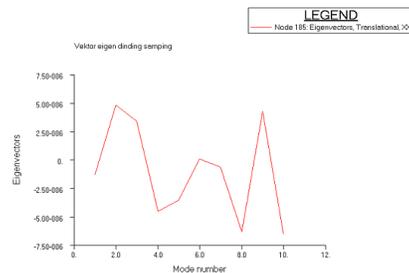
Simulasi pertama pada Gambar 5, menggambarkan analisis statik dari kondisi ban yang tak berangin. Analisis geometric non linier digunakan untuk proses ban tak berangin. Dari hasil ini dijadikan rujukan sebagai keadaan seimbang, frekuensi natural dan beragam bentuk defleksi ditentukan untuk konfigurasi getaran linier ban sebelum mengalami tegangan.

Gambar 6 membandingkan modal frekuensi untuk berbagai model ban bersama dengan velag. Hasilnya menunjukkan frekuensi natural dari model yang lebih rendah dibanding frekuensi natural model ban tanpa velag.



GAMBAR 6 Bentuk gerakan defleksi ban-velag pada frekuensi natural

Hubungan analitik yang diperoleh dari gerak defleksi yang dialami ban pada frekuensi natural, ditunjukkan dalam plot gambar 7. Vektor eigen yang dialami struktur ban pada nomor ragam natural menunjukkan ragam pola getaran yang dialami.



Gambar 7 Vektor eigen gerak defleksi ban-Velag.

Kurva geometri ban ini dapat memberikan interaksi dengan beban yang diterima sehingga mewujudkan kontur gerak defleksi struktur ban.

**KESIMPULAN**

Pendekatan numerik yang efisien diuraikan untuk memprediksi frekuensi getaran ban radial. Polynomial Bezier untuk medan gerakan defleksi digunakan sebagai fungsi uji coba. Untuk medan gerak defleksi menunjukkan pendekatan yang akurat dan efektif untuk komputasi getaran ban. Dari penyelesaian numerik, menunjukkan bahwa banyak pengaruh parameter fisik terhadap getaran ban. Metode ini akan diterapkan selanjutnya untuk menganalisis masalah dinamik ban.

**REFERENSI**

Danielson, K.T., Noor, A.K., and Green, J.S. 1995. Computational Strategies for Tire Modeling and Analysis, Computers & Structures Vol. 61, No 4, pp. 673-693.

Jia, L., Xu, Y., Zhang, J. 2004. Free vibration analysis of radial pneumatic tires using Bezier functions. Journal of Sound and Vibration 285, pp. 887-903.

Xu, Y. Jia, L., Zhang, J., 2005. Modeling tire/road contact using piecewise Ritz procedure. Journal of Terramechanics 42 pp 99-113